

УДК 556.5.07; 556.047

DOI: 10.21209/2308-8761-2021-16-4-75-88

Павел Юрьевич Лукьянов¹,

кандидат технических наук,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН,

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru

Александр Александрович Гурулев²,

кандидат физико-математических наук,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

(672014, Россия, г. Чита, ул. Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru,

https://orcid.org/0000-0003-2232-3583

Сергей Васильевич Цыренжапов³,

младший научный сотрудник,

Институт природных ресурсов, экологии и криологии СО РАН

(672014, Россия, г. Чита, Недорезова, 16а),

e-mail: lgc255@mail.ru,

https://orcid.org/0000-0002-7590-5619

**Расчёт амплитуды и фазы плоской электромагнитной волны,
отражённой от границы раздела сред при наличии переходного
наноструктурированного гетерогенного, дисперсного увлажнённого
или диамагнитного слоя**

В работе приводятся формулы для расчёта амплитуды и фазы плоской электромагнитной волны, отражённой от границы раздела при наличии переходного слоя с учётом специфических эффектов, проявляющихся в случае наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред, в том числе вблизи критических температур на линии Видома. В отличие от известных решений аналогичных задач, расчёт основывается на симметричном виде формул Френеля, что позволяет учесть влияние магнитных эффектов в переходном слое на амплитуду и фазу отражённой волны. Написание формул адаптировано для проведения расчётов в системах MathCad, MathLab и для программирования алгоритма на языках высокого уровня (Си, Паскаль и т. п.), допускающих структурирование кода в виде функций и строковую нотацию алгебраических выражений.

Ключевые слова: формулы Френеля, граница раздела сред, плоскопараллельная структура, наноструктурированная гетерогенная среда, увлажнённая дисперсная среда, радиолокационное зондирование, объекты криосферы Земли

¹П. Ю. Лукьянов – вывод основных формул, программная реализация расчётов, получение расчётных результатов.

²А. А. Гурулев – постановка задачи, проведение натурных измерений.

³С. В. Цыренжапов – проведение натурных измерений и сопоставление их результатов с расчётными.

Введение. Исследованию электромагнитных волн, отраженных от границы раздела неоднородных сред, посвящена обширная литература [1–10]. Как было показано в источнике [1], формулы Френеля для амплитуды и фазы плоской электромагнитной волны в их «каноническом» виде (так называемая «формула синусов» и «формула тангенсов») не согласуются с принципом перестановочной двойственности уравнений Максвелла и многими другими положениями электромагнитной теории, и, в принципе, не позволяют учесть вклад магнитных эффектов в процессы вблизи границы раздела сред. Поэтому и полученные на их основе решения более сложных задач, в том числе для многослойных структур [2; 3], также становятся непригодными в случае даже незначительных проявлений магнитных свойств вещества хотя бы в одном слое. Для наноструктурированных гетерогенных или увлажненных дисперсных сред в некоторых условиях возможно проявление магнитных свойств даже у формально «чистых» диэлектриков, в частности, вследствие появления кольцевых электрических токов по поверхностям нанопор или микрокристаллов [4]. Для снежных покровов, в которых гранулы льда покрыты проводящим слоем жидкой воды, обнаружено проявление магнитных свойств на частотах выше 100 ГГц. Для них относительная магнитная проницаемость оказывается меньше 1, т. е. проявляются диамагнитные свойства. Поэтому решение задач отражения и преломления ЭМВ в случае подобных сред оказывается в принципе невозможным на основе «канонического» вида формул Френеля. Наиболее целесообразно для решения таких задач использовать симметричные, относительно замены параметров магнитного поля на параметры электрического поля, формулы Френеля, приведенные в работах [1; 5; 6].

Постановка задачи. Будем считать, что плоская падающая электромагнитная волна с длиной волны в свободном пространстве λ_0 распространяется из верхнего (рис. 1) полубесконечного слоя (1) под углом α к нормали. Пусть также для верхнего слоя (1) известны относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости ϵ_1 и μ_1 , являющиеся действительными значениями.

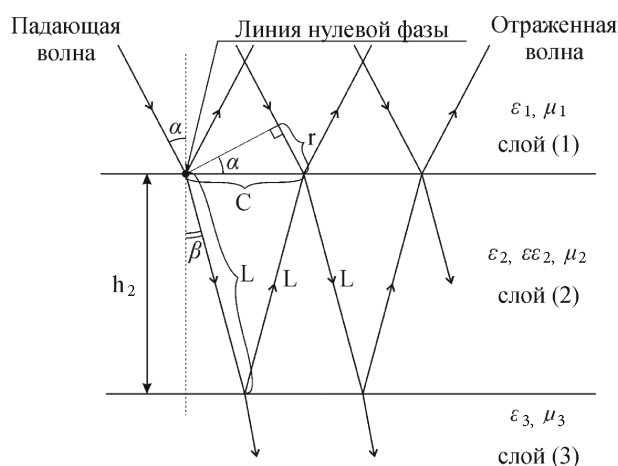


Рис. 1. Схема падения, преломлений и отражений волны на границе раздела сред при наличии переходного слоя

Fig. 1. Diagram of incidence, refractions and reflections of a wave at the interface between media in the presence of a transition layer

Замечание. Поскольку приведённые в работе формулы предназначены для проведения компьютерных расчётов, во избежание технических недоразумений здесь и далее при обозначении физических величин и в наименованиях функций используются стандартные правила нотации идентификаторов, принятые в большинстве алгоритмических языков и систем программирования. В частности, в обозначениях величин нами не используются нижние индексы. Также формулы, подразумевающие программирование вычислений на алгоритмических языках высокого уровня, в работе приведены в виде скриншотов из программы MathCAD 2000.

Верхний слой (1) и нижний полубесконечный слой (3) разделены переходным слоем (2) толщиной h_2 , для вещества которого также известны действительные части относительных диэлектрической и магнитной проницаемостей ϵ_2 и μ_2 . В этом слое допускается диссипация энергии ЭМВ, т. е., мнимая часть относительной диэлектрической проницаемости ϵ_2 может быть отлична от нуля, при этом решение задачи будет получено для случая $0 < \epsilon_2 < \epsilon_2$. Каких-либо дополнительных ограничений на толщину слоя h_2 не существует. Относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости нижнего полупространства (3) (действительные части) составляют соответственно ϵ_3 и μ_3 . (В случае существенных значений мнимой части диэлектрической или магнитной проницаемости вещества этого слоя в данной задаче под ϵ_3 и μ_3 следует понимать модули соответствующих комплексных значений.)

Требуется рассчитать амплитуду и фазу (фаза падающей из слоя (1) волны принимается за нулевую на линии нулевой фазы, рис. 1) плоской ЭМВ, отражённой от границы переходного слоя (2) с учётом многократных переотражений преломленной волны внутри этого слоя от границ раздела (1)–(2) и (2)–(3) и её затухания, а также последующего преломления на границе раздела слоев (2)–(1).

Расчёт угла преломления ЭМВ на границах переходного слоя. Закон Снеллиуса, который определяет угол, под которым распространяется преломленная волна, удобно записать в качестве функции, причём данная функция, в зависимости от подставленных при её вызове в последующих формулах фактических параметров на местах формальных, предназначена для расчета угла, под которым происходит распространение ЭМВ как при преломлении на границе (1)–(2), так и на границе (2)–(3):

$$\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) := \arcsin \left(\frac{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}} \sin \alpha \right).$$

Здесь индекс 1 – формальных параметров соответствует слою, в котором распространяется падающая волна, индекс 2 – слою, в который преломляется волна.

Расчёт амплитуды волны при преломлении и отражении. Формулы Френеля, определяющие амплитуду и полярность отраженной от границы раздела сред и преломленной волн, также удобно записать в качестве функций для различных поляризаций, взяв за их основу вид, представленный в работах [5; 6]. Эти функции так же, как и предшествующая, в зависимости от подставленных при их последующих вызовах фактических параметров, предназначены для расчёта абсо-

лютой амплитуды ЭМВ при преломлении и отражении на границах (1)–(2), (2)–(3) или (2)–(1):

$$ArefTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) := \frac{\cos(\alpha)\sqrt{\epsilon_2\mu_1} - \cos(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))\sqrt{\epsilon_1\mu_2}}{\cos(\alpha)\sqrt{\epsilon_2\mu_1} + \cos(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))\sqrt{\epsilon_1\mu_2}}.$$

$$ApenTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) := \frac{\sqrt{\epsilon_1} + \sqrt{\epsilon_1} \cdot ArefTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2)}{\sqrt{\epsilon_2}}.$$

$$ArefTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) := \frac{\cos(\alpha)\sqrt{\epsilon_1\mu_2} - \cos(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))\sqrt{\epsilon_2\mu_1}}{\cos(\alpha)\sqrt{\epsilon_1\mu_2} + \cos(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))\sqrt{\epsilon_2\mu_1}}.$$

$$ApenTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) := \frac{\sqrt{\mu_1} + \sqrt{\mu_1} \cdot ArefTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2)}{\sqrt{\mu_2}}.$$

Здесь $ArefTM$ и $ApenTM$ – относительные амплитуды отраженной и преломленной ТМ-волны, а $ArefTE$ и $ApenTE$ – относительные амплитуды отраженной и преломленной ТЕ-волны соответственно. Индекс 1 соответствует слою, в котором распространяется падающая волна, индекс 2 – слою, в который преломляется волна. Амплитуда падающей волны принимается за единичную.

Амплитуда волны, распространяющейся вниз (на рис.1) в переходном слое (2), претерпевшей затем частичное отражение на границе со слоем (3), и далее – частичное отражение на границе со слоем (1), изменится на величину (при ТМ и ТЕ поляризациях соответственно):

$$Ar3r1TM(\beta) := ArefTM(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_3, \mu_3) \cdot ArefTM(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_1, \mu_1),$$

$$Ar3r1TE(\beta) := ArefTE(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_3, \mu_3) \cdot ArefTE(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_1, \mu_1).$$

Аналогично, амплитуда волны, распространяющейся вниз в переходном слое (2), претерпевшей затем частичное отражение на границе с (3) слоем, и далее преломленная в слой (1), изменится на величину (для ТМ и ТЕ поляризаций):

$$Ar3p1TM(\beta) := ArefTM(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_3, \mu_3) \cdot ApenTM(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_1, \mu_1),$$

$$Ar3p1TE(\beta) := ArefTE(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_3, \mu_3) \cdot ApenTE(\beta, \epsilon_2, \mu_2, \epsilon_1, \mu_1).$$

Изменение амплитуды волны, распространяющейся вниз переходном слое (2), претерпевшей затем к частичных парных переотражений на границах с (3) и с (1) слоями, и рефракцию в (1) слой (при ТМ и ТЕ поляризации соответственно) запишется в следующем виде:

$$AkTM(\alpha, k) := ApenTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) \cdot Ar3r1TM(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))^{k-1}.$$

$$Ar3p1TM(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2)),$$

$$AkTE(\alpha, k) := ApenTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) \cdot Ar3r1TE(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))^{k-1}.$$

$$Ar3r1TE(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2)).$$

Аналогично, изменение амплитуды волны, распространяющейся вниз во (2) слое, претерпевшей затем к частичных парных переотражений на границах с (3) и с (1) слоями (при ТМ и ТЕ поляризации соответственно) составит:

$$Ak21TM(\alpha, k) := ApenTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) \cdot Ar3r1TM(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))^k,$$

$$Ak21TE(\alpha, k) := ApenTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) \cdot Ar3r1TE(\beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2))^k.$$

Расчёт набега фазы преломленной волны. Рассчитаем ход и набег фазы преломленной на границе слоев (1)–(2) волны, прошедшей в переходном слое (2) до границы с полубесконечным слоем (3), частично отраженной на этой границе раздела и прошедшей в обратном направлении до границы с полубесконечным слоем (1).

Ход волны L в переходном слое (2) между последовательными отражениями от слоев (1) и (3) (рис. 1) составляет $L = h2/\cos(\beta)$, где β – угол преломления, ход волны между двумя последовательными отражениями от слоя (1) составит $2L = 2 \cdot h2/\cos(\beta)$. Набег фазы волны на этом пути составит $\Phi = 4\pi L/\lambda_2 = 4\pi \cdot h2/(\lambda_2 \cos(\beta))$, где $\lambda_2 := \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_2 \mu_2}}$ – длина волны в переходном слое (2).

Расчёт дополнительного набега фазы падающей волны. Сторона треугольника C (рис.1) составляет $C = 2L \sin(\beta) = 2 \cdot h2 \operatorname{tg}(\beta)$. Дополнительный ход падающей волны r до линии вторичного преломления из переходного слоя (2) в слой (1) составит $r = C \sin(\alpha) = 2 \cdot h2 \operatorname{tg}(\beta) \sin(\alpha)$, где α – угол падения волны в слое (1). Дополнительный набег фазы падающей волны составит $\Phi_p = r/\lambda_1$, $\Phi_p = 2 \cdot h2 \operatorname{tg}(\beta) \sin(\alpha)/\lambda_1$, где $\lambda_1 := \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_1 \mu_1}}$ – длина волны в слое (1).

Очевидно, что волна из слоя (2) частично отразится от среды (1) внутрь этого слоя, после чего потерпит частичное отражение от слоя (3) и так далее, то есть в слое (2) образуется стоячая волна, а сам переходный слой проявляет себя подобно резонатору. При этом дополнительный набег фазы в переходном слое (2) и изменение амплитуды волны при последующих переотражениях будет описываться теми же фазовыми множителями.

Учёт диссипации энергии ЭМВ в переходном слое (2). Поскольку при комплексных значениях диэлектрической проницаемости $\mathbf{w}_2 = \epsilon_2 - i \cdot \epsilon \epsilon_2$ комплексное значение волнового числа \mathbf{k} может быть записано как

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi\sqrt{\mu_2}}{\lambda_0} \sqrt{\mathbf{w}_2}.$$

При $0 < \epsilon \epsilon_2 \ll \epsilon_2$, пользуясь разложением для квадратного корня

$$\sqrt{\mathbf{w}_2} \approx \sqrt{\epsilon_2} \left(1 - i \frac{\epsilon \epsilon_2}{2 \cdot \epsilon_2} \right),$$

получаем декремент затухания для волны, распространяющейся в слое (2):

$$a = \frac{\pi\sqrt{\epsilon_2\mu_2}}{\lambda_0} \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}.$$

Формулы для комплексных амплитуд преломленной волны. Вводя комплексную амплитуду путём умножения действительной амплитуды волны на фазовый множитель $e^{i\Phi}$, с учётом разности набега фазы для претерпевшей k парных отражений в переходном слое (2) преломлённой волны и падающей волны, а также декремент затухания и коэффициент рефракции из (2) в (1) слой, получаем следующие формулы для ТМ и ТЕ поляризаций соответственно:

$$\begin{aligned} CkTM(\alpha, h_2, k) &:= \exp\left(\frac{-i4\pi k \cdot h_2}{\lambda_2 \cos(\beta)} + \frac{i4\pi k \cdot h_2 \operatorname{tg}(\beta) \sin(\alpha)}{\lambda_1}\right) \cdot \\ &\exp\left(-\eta \frac{2k \cdot h_2}{\cos(\beta)}\right) \cdot AkTM(\alpha, k), \\ CkTE(\alpha, h_2, k) &:= \exp\left(\frac{-i4\pi k \cdot h_2}{\lambda_2 \cos(\beta)} + \frac{i4\pi k \cdot h_2 \operatorname{tg}(\beta) \sin(\alpha)}{\lambda_1}\right) \cdot \\ &\exp\left(-\eta \frac{2k \cdot h_2}{\cos(\beta)}\right) \cdot AkTE(\alpha, k), \end{aligned}$$

где $\beta = \beta(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2)$

$$\eta := \frac{\pi\epsilon_2}{\lambda_2\epsilon_1}.$$

Комплексные амплитуды отражённой волны (при ТМ и ТЕ поляризациях соответственно) с учётом n парных отражений в переходном слое (2) с частичной рефракцией в (1) слой, после каждой пары переотражений, могут быть представлены следующими выражениями:

$$SumnTM(\alpha, h_2, n) := ArefTM(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) + \sum_{k=1}^n CkTM(\alpha, h_2, k),$$

$$SumnTE(\alpha, h_2, n) := ArefTE(\alpha, \epsilon_1, \mu_1, \epsilon_2, \mu_2) + \sum_{k=1}^n CkTE(\alpha, h_2, k).$$

При этом действительная амплитуда и фаза отражённой волны определяются как модуль и аргумент соответствующей комплексной амплитуды:

$$\begin{aligned} ASumnTM(\alpha, h_2, n) &:= |SumnTM(\alpha, h_2, n)|, \\ \Phi SumnTM(\alpha, h_2, n) &= \arg(SumnTM(\alpha, h_2, n)), \\ ASumnTE(\alpha, h_2, n) &:= |SumnTE(\alpha, h_2, n)|, \\ \Phi SumnTE(\alpha, h_2, n) &= \arg(SumnTE(\alpha, h_2, n)). \end{aligned}$$

Данные выражения имеют самостоятельную ценность, поскольку, варьируя в ходе расчётов n , можно оценить эффекты, связанные с отличием волны от плоской, т. е. в том числе с особенностями измерительной аппаратуры (диаграммами направленности антенн, их расположением в дальней или ближней зоне и т. п.). Очевидно, что члены ряда, стоящие под знаком суммы, представляют собой геометрическую прогрессию, что позволяет рассчитать значение сумм при $n \rightarrow \infty$ на основании предельной теоремы. Поскольку знаменатель (множитель) геометрической прогрессии может быть определён как отношение двух соседних членов, например, второго к первому, приходим к предельным выражениям для комплексных амплитуд отражённой волны при ТМ и ТЕ поляризации:

$$SumiTM(\alpha, h2) := ArefTM(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \frac{CkTM(\alpha, h2, 1)^2}{CkTM(\alpha, h2, 1) - CkTM(\alpha, h2, 2)},$$

$$SumiTE(\alpha, h2) := ArefTE(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \frac{CkTE(\alpha, h2, 1)^2}{CkTE(\alpha, h2, 1) - CkTE(\alpha, h2, 2)}.$$

Аналогично, предельные значения для действительной амплитуды и фазы отражённой волны при учёте бесконечного числа переотражений в переходном слое (2) определяются как модуль и аргумент соответствующей комплексной амплитуды:

$$ASumiTM(\alpha, h2) := |SumiTM(\alpha, h2)|, \quad \Phi SumiTM(\alpha, h2) = \arg(SumiTM(\alpha, h2)),$$

$$ASumiTE(\alpha, h2) := |SumiTE(\alpha, h2)|, \quad \Phi SumiTE(\alpha, h2) = \arg(SumiTE(\alpha, h2)).$$

Для расчёта амплитуды и фазы волны внутри слоя (2) можно использовать следующие формулы (для ТМ и ТЕ поляризаций). Комплексная амплитуда преломлённой волны, претерпевшей k парных переотражений внутри слоя(2):

$$Ck21TM(\alpha, h2, k) := \exp\left(\frac{-i4\pi k \cdot h2}{\lambda2 \cos(\beta)}\right) \cdot \exp\left(-\eta \frac{2k \cdot h2}{\cos(\beta)}\right) \cdot Ak21TM(\alpha, k),$$

$$Ck21TE(\alpha, h2, k) := \exp\left(\frac{-i4\pi k \cdot h2}{\lambda2 \cos(\beta)}\right) \cdot \exp\left(-\eta \frac{2k \cdot h2}{\cos(\beta)}\right) \cdot Ak21TE(\alpha, k),$$

где $\beta = \beta(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2)$.

С учётом n парных переотражений комплексная амплитуда стоячей волны состоит:

$$Sum21nTM(\alpha, h2, n) := ApenTM(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \sum_{k=1}^n Ck21TM(\alpha, h2, k),$$

$$Sum21nTE(\alpha, h2, n) := ApenTE(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \sum_{k=1}^n Ck21TE(\alpha, h2, k).$$

При этом действительная амплитуда и фаза стоячей волны определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} ASum21nTM(\alpha, h2, n) &:= |Sum21nTM(\alpha, h2, n)|, \\ \Phi Sum21nTM(\alpha, h2, n) &:= \arg(Sum21nTM(\alpha, h2, n)), \\ ASum21nTE(\alpha, h2, n) &:= |Sum21nTE(\alpha, h2, n)|, \\ \Phi Sum21nTE(\alpha, h2, n) &:= \arg(Sum21nTE(\alpha, h2, n)). \end{aligned}$$

При учёте бесконечного числа переотражений внутри слоя (2) комплексная амплитуда стоячей волны составит

$$Sum21iTM(\alpha, h2) := ApenTM(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \frac{Ck21TM(\alpha, h2, 1)^2}{Ck21TM(\alpha, h2, 1) - Ck21TM(\alpha, h2, 2)},$$

$$Sum21iTE(\alpha, h2) := ApenTE(\alpha, \epsilon1, \mu1, \epsilon2, \mu2) + \frac{Ck21TE(\alpha, h2, 1)^2}{Ck21TE(\alpha, h2, 1) - Ck21TE(\alpha, h2, 2)}.$$

Действительная амплитуда и фаза стоячей волны могут быть рассчитаны как

$$\begin{aligned} ASum21iTM(\alpha, h2) &:= |Sum21iTM(\alpha, h2)|, \\ \Phi Sum21iTM(\alpha, h2) &:= \arg(Sum21iTM(\alpha, h2)), \\ ASum21iTE(\alpha, h2) &:= |Sum21iTE(\alpha, h2)|, \\ \Phi Sum21iTE(\alpha, h2) &:= \arg(Sum21iTE(\alpha, h2)), \end{aligned}$$

Примеры расчёта. Приведём диаграммы (рис. 2, 3) для коэффициентов преломления и отражения, относительной амплитуды преломленной из слоя (2) в слой (1) волны длиной $\lambda_0 = 0.0234$, претерпевшей 1, 2 и 3 парных отражений в слое (2), амплитуды отражённой волны при учёте 2 парных отражений в слое (2), а также амплитуды и фазы (в единицах рад/ π) отражённой волны при учёте бесконечного числа отражений в слое (2) в зависимости от угла падения α для ТМ и ТЕ поляризаций волны. Исходные параметры сред: $\epsilon1 = \mu1 = 1$, $h2 = 0.2$, $\epsilon2 = 3.15$, $\mu2 = 0.96$, $\epsilon\epsilon2 = 0.007716$, $\epsilon3 = 43.406$ и $\mu3 = 1$. Как видно из приведённых графиков, учёт только двух парных переотражений внутри переходного слоя ($n = 2$) при данных исходных условиях даёт результат, практически совпадающий с полученным на основании предельной теоремы при $n \rightarrow \infty$. Различия более заметны на ТЕ-поляризации.

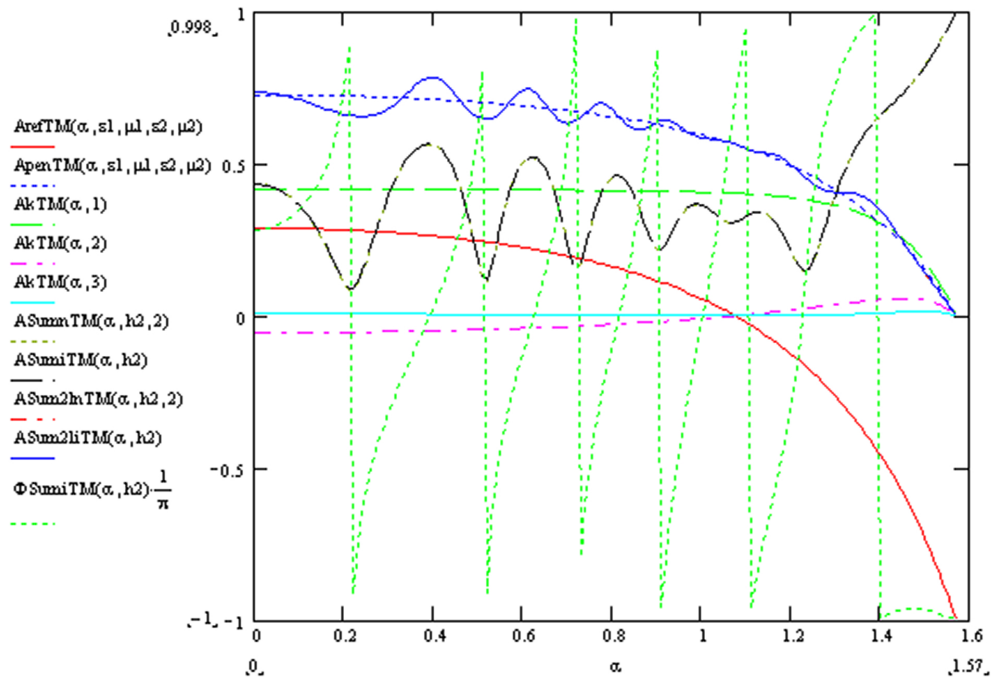


Рис. 2. Расчётные диаграммы амплитуды и фазы в зависимости от угла падения для ТМ-поляризации волны

Fig. 2. Calculated diagrams of the amplitude and phase versus the angle of incidence for the TM-polarization of the wave

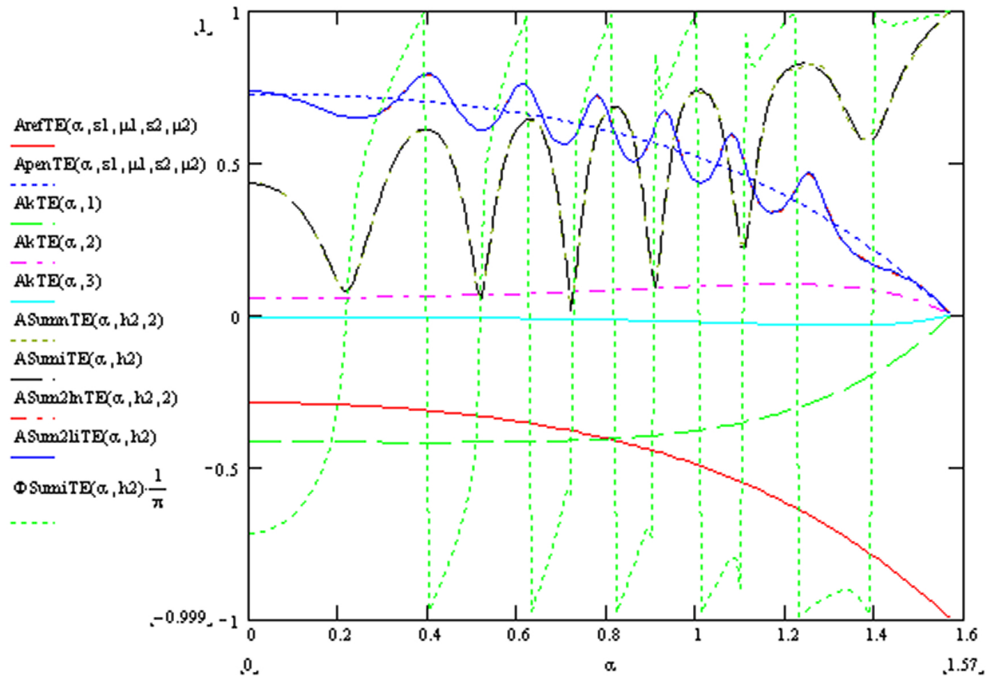


Рис. 3. Расчётные диаграммы амплитуды и фазы в зависимости от угла падения для ТЕ-поляризации волны

Fig. 3. Calculated diagrams of amplitude and phase versus angle of incidence for TE-wave polarization

Сравнение с наблюдениями. Для проверки корректности приведённых формул по расчёту амплитуды и фазы плоской электромагнитной волны, отражённой от границы раздела сред, нами были выполнены натурные измерения коэффициента отражения от растущего пресного ледяного покрова на частоте 12 ГГц.

Эксперимент состоял в следующем. В ледяном покрове толщиной 150 см была сделана прорубь размерами 100×100 см², которая была заполнена водой с исходной минерализацией 120 мг/кг. Измерения выполнялись на оз. Арахлей (Забайкальский край) в зимний период времени при температуре воздуха около -30 °С. Под действием внешних погодных условий образовывался растущий слой льда.

Измерение коэффициента отражения осуществлялось с помощью векторного анализатора цепей фирмы «Микран» Р4М-18 на частотах от 8 до 14 ГГц (5 000 частот измерений). Над поверхностью растущего ледяного покрова под углом 5° от вертикали помещались рупорные антенны прямоугольного сечения. Фотография установки приведена на рис. 4.



Рис. 4. Фото экспериментальной установки по измерению коэффициента отражения

Fig. 4. Photo of the experimental setup for measuring the reflection coefficient

В ходе суточных измерений толщина ледяного покрова в проруби достигла 4,5 см. При этом его минерализация составила в среднем 2 мг/кг. Видимых на глаз включений (пузырей, водорослей и т. п.) в ледяном покрове не обнаруживалось.

В итоге были выявлены вариации коэффициента отражения, связанные с интерференцией электромагнитного излучения на слоистой структуре во всем исследуемом диапазоне.

Было проведено сравнение полученных экспериментальных и расчётных данных по коэффициенту отражения на частоте 12 ГГц (рис. 5). Наблюдаемые небольшие отличия экспериментальных данных от расчётных объясняются неравномерностью образования ледяного покрова и погрешностью измерения толщины льда в процессе его роста.

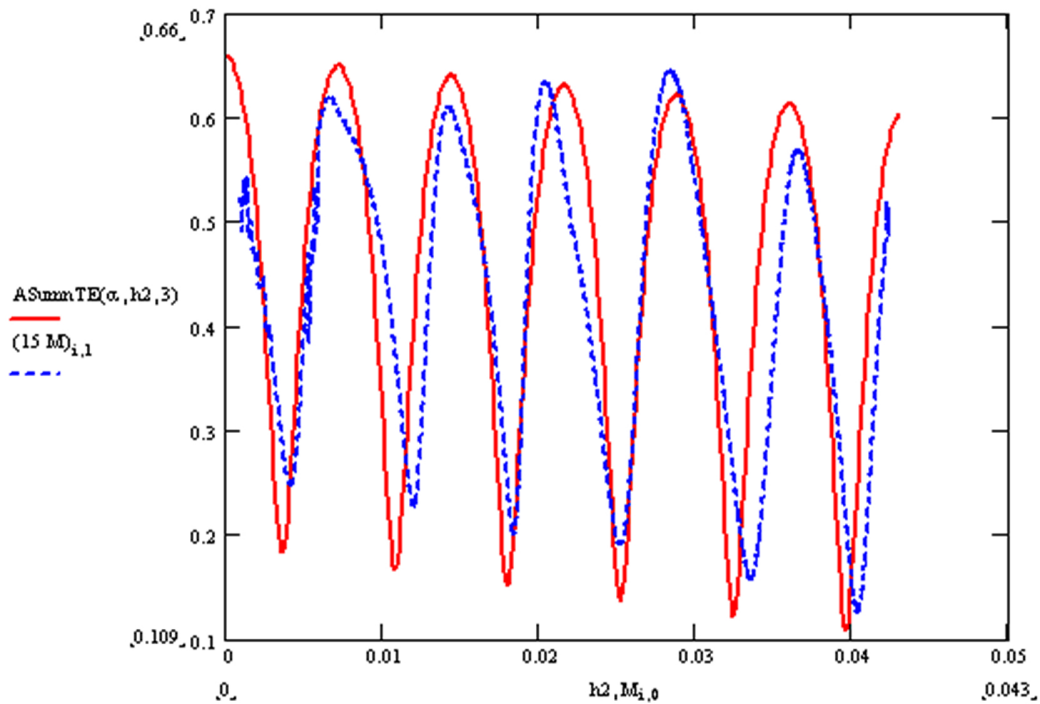


Рис. 5. Сравнение экспериментальных (пунктирная линия) и теоретических (сплошная линия) значений коэффициента отражения для растущего пресного ледяного покрова на частоте 12 ГГц

Fig. 5. Comparison of experimental (dashed line) and theoretical (solid line) reflectivity values for growing freshwater ice cover at 12 GHz

Подобные интерференционные картины при растущем пресном ледяном покрове в микроволновом диапазоне характерны и для радиотепловых измерений [7]. Во всех случаях наблюдаются вариации радиояркостной температуры при росте ледяного покрова на вертикальной и горизонтальной поляризациях, которые также зависят и от угла наблюдения.

Выводы. Приведённые в работе формулы решают поставленную задачу. Формулы адаптированы для проведения расчётов в системах MathCad, MathLab и для программирования на алгоритмических языках высокого уровня. Рассмотренное приближение (учёт магнитных свойств сред и диссипации энергии ЭМВ в переходном

слое) представляет интерес для интерпретации данных радиолокационного зондирования объектов, в которые входят гетерогенные наноструктурированные или увлажненные дисперсные, а также диамагнитные среды, в том числе объектов криосферы Земли.

Список литературы

1. Лукьянов П. Ю., Цыренжапов С. В., Харин Ю. В., Щегрина К. А. Особенности использования формул Френеля для расчёта амплитуды и фазы преломлённой и отражённой плоских электромагнитных волн на границе раздела наноструктурированных гетерогенных и увлажнённых дисперсных сред // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2018. Т. 13, № 4. С. 118–126.
2. Клепиков И. Н., Шарков Е. А. Тепловое излучение слоисто-неоднородных неизотермических сред. М.: Изд-во ИКИ, 1983. 31 с.
3. Хиппель А. Р. Диэлектрики и волны. М.: Иностранная литература, 1960. 440 с.
4. Matzler C. Eddy currents in heterogeneous mixtures. J. of Electromagnetic Waves and application. 1988. Vol. 2, No 5/6. P. 473–479.
5. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1989. 544 с.
6. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: ГТИИ, 1948. 541 с.
7. Гурулев А. А., Орлов А. О., Цыренжапов С. В. Тепловое излучение трехслойной среды с тонким промежуточным слоем // Исследования Земли из космоса. 2011. № 4. С. 5–11.
8. Бордонский Г. С., Гурулев А. А., Крылов С. Д. Причины изменения фазы коэффициента отражения от границы воздух–лёд в микроволновом диапазоне // Известия вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 3. С. 260–266.
9. Бордонский Г. С., Орлов А. О. Исследование сегнетоэлектрических фазовых переходов воды в нанопористых силикатах при совместных электрических шумовых и калориметрических измерениях // Физика твердого тела. 2014. Т. 56, вып. 8. С. 1575.
10. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.

Статья поступила в редакцию 03.04.2021; принята к публикации 07.05.2021

Библиографическое описание статьи

Лукьянов П. Ю., Гурулев А. А., Цыренжапов С. В. Расчёт амплитуды и фазы плоской электромагнитной волны, отражённой от границы раздела сред при наличии переходного наноструктурированного гетерогенного, дисперсного увлажнённого или диамагнитного слоя // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2021. Т. 16, № 3. С. 75–85. DOI: 10.21209/2308-8761-2021-16-3-75-85.

Pavel Yu. Lukyanov¹,

*Candidate of Engineering Sciences,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences
(16a Nedorezova str., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru*

Aleksandr A. Gurulev,²

*Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences
(16a, Nedireziva str., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru,
<https://orcid.org/0000-0003-2232-3583>*

Sergey V. Tsyrenzhapov³,

*Junior Researcher,
Institute of Natural Resources, Ecology and Cryology
Siberian Branch, Russian Academy of Sciences
(16a Nedorezova str., Chita, 672014, Russia),
e-mail: lgc255@mail.ru,
<https://orcid.org/0000-0002-7590-5619>*

Computation of the Amplitude and Phase of a Plane Electromagnetic Wave, Reflected from the Interface between Media in the Presence of a Nanostructured Heterogeneous, Moistened Dispersed or Diamagnetic Layer

The paper presents the formulas for calculating the amplitude and phase of a plane electromagnetic wave reflected from the interface in the presence of a transition layer, taking into account specific effects in the case of nanostructured heterogeneous and moistened dispersed media, including near critical temperatures at Widom-line. In contrast to the well-known solutions for similar systems, the derivation is based on the symmetric form of Fresnel formulas, which allows to take into account the influence of magnetic effects in the transition layer on the amplitude and phase of the reflected wave. The final formulas are adapted for carrying out calculations in the systems MathCad, MathLab and for programming the algorithm in high-level languages (C, Pascal, etc.), allowing the code to be structured as functions and the string notation of algebraic expressions.

Keywords: dielectric permeability, magnetic permeability, Fresnel formulas, interface, nanostructured heterogeneous medium, wet dispersion medium

¹P. Yu. Lukyanov – conclusion of the main formulas, software implementation of calculations, obtaining calculated results.

²A. A. Gurulev – problem statement, conducting field measurements.

³S. V. Tsyrenzhapov – conducting field measurements and comparing their results with the calculated ones.

References

1. Lukyanov, P. Yu., Tsyrenzhapov, S. V., Kharin, Yu. V., Schegrina, K. A. Peculiarities of using Freyen's formulas for calculating the amplitude and phase of refracted and reflected plane electromagnetic waves at the interface of nanostructured heterogeneous and humidified dispersed waters. *ZabGU Scientific Notes*, no. 4, p. 118–126, 2018. (In Engl.)
2. Klepikov I. N., Sharkov E. A. Thermal radiation of layered inhomogeneous non-isothermal media. M: IKI, Pr-801. (In Rus.)
3. Hippel A. R. Dielectrics and waves. M: IL, 1960. (In Rus.)
4. Matzler, C. Eddy currents in heterogeneous mixtures. *J. of Electromagnetic Waves and application*, no. 5/6, pp. 473–479, 1998. (In Engl.)
5. Nikolsky, V. V., Nikolskaya, T. I. Electrodynamics and radio wave propagation. M: Science, 1989. (In Rus.)
6. Stratton, J. The theory of magnetism. M: GTII, 1948. (In Rus.)
7. Gurulev, A. A., Orlov, A. O., Tsyrenzhapov, S. V. Thermal radiation of a three-layer medium with a thin intermediate layer. *Exploration of the Earth from space*, no. 4, p. 5–11, 2011. (In Rus.)
8. Bordonsky, G. S., Gurulev, A. A., Krylov, S. D. Reasons for the change in the phase of the reflection coefficient from the air-ice interface in the microwave range. *Proceedings of universities. Radiophysics*, no. 3, pp. 260–266, 2009. (In Rus.)
9. Bordonsky, G. S., Orlov, A. O. Investigation of ferroelectric phase transitions of water in nanoporous silicates with joint electrical noise and calorimetric measurements. *Solid State Physics*, no. 8, p. 1575, 2014. (In Rus.)
10. Landau, L. D., Lifshits, E. M. Continuous media electrodynamics. M: Nauka, 1982. (In Rus.)

Received: April 3, 2021; accepted for publication May 7, 2021

Reference to article

Lukyanov P. Yu., Gurulev A. A., Tsyrenzhapov S. V. Computation of the Amplitude and Phase of a Plane Electromagnetic Wave, Reflected from the Interface between Media in the Presence of a Nanostructured Heterogeneous, Moistened Dispersed or Diamagnetic Layer // Scholarly Notes of Transbaikal State University. 2021. Vol. 16, No. 3. PP. 75–88. DOI: 10.21209/2308-8761-20121-16-3-75-88.